Correction de l'épreuve de mathématiques
CRPE : mardi 7 avril 2020
(épreuve d'admissibilité covid-19 4 heures)
Session 2020
Repère de l'épreuve: PE2-20-PG1

Autres sujets et corrigés disponibles sur
http://www.aquaramiaud.com/leomaths/crpe.php

Première Partie:

Partie A:

A-1) Volume de la boîte de conserve 4/4:

$\pi \times \left(\frac{9,9}{2}\right)^2 \times 11,8 \approx 908\text{cm}^3$

A-2) $1\text{cm}^3 = 1\text{mL}$

$\frac{95}{100} \times 908 = 862,6\text{mL}$

Une boîte remplie à 95% contient bine 850mL de sauce tomate.

A-3) On multiplie le diamètre par 2. Pour calculer le volume, le rayon est au carré. Du coup, le volume est multiplié par $2^2 = 4$.

Le volume de la nouvelle boîte n'est donc pas multiplié par 2.

A-4) Volume de la nouvelle boîte:

$\pi \times \left(\frac{7,3}{2}\right)^2 \times 5,4 \approx 226\text{cm}^3$

$\left(\frac{7,3}{2}\right)^2 \times 5,4 = 71,9415$

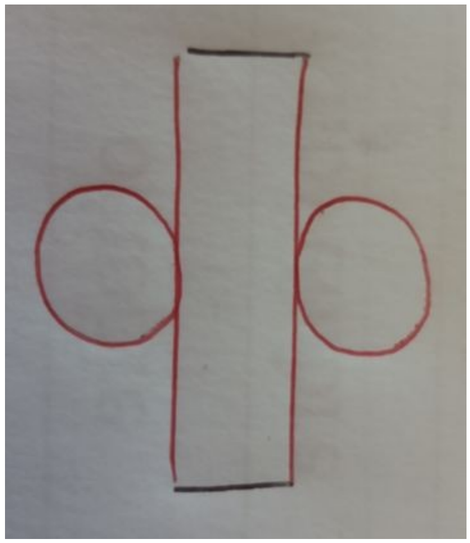
$\left(\frac{9,9}{2}\right)^2 \times 11,8 = 289,1295$

$\frac{289,1295}{4} = 72,282375$

L'appellation du format 1/4 se justifie par le fait que le volume de la nouvelle boîte est presque le quart de la boîte au format 4/4.

Partie B:

B-1)



B-2) Volume de la boîte en fonction de la hauteur h et du rayon r:

$\pi \times r^2 \times h = 908$

La hauteur (en cm) vaut:

h = $\dfrac{908}{\pi \times r^2}$

B-3.a) Je choisi la formule n°2: = PI()*A2*A2

B-3.b) La formule a copié dans la cellule E2:

= C2*2+D2

B-3.c) Le but recherché est d'avoir le moins de métal possible, c'est-à-dire la plus petite surface totale. Il faut regarder la colonne E: on constate que la surface totale diminue puis remonte. Le minimum se situe entre 554,5cm^3 et 520,3cm^3 ou entre 520,3cm^2 et 528,9cm^2 de surface totale. Cela correspond à un rayon compris entre 4cm et 6cm.

B-4.a) La représentation graphique n'est pas une droite qui passe par l'origine, donc l'aire totale n'est pas proportionnelle au rayon.

B-4.b) L'aire totale pour un rayon de 4,24cm est 541cm^3.

B-4.c) Les rayons correspondant à une aire totale de 530cm^2 sont 4,52cm et 6,04cm.

B-4.d) L'aire totale minimale correspond à 519cm^3.

B-4.e) Cela correspond à un rayon de 5,24cm.

B-4.f) En utilisant la formule de B-2: h = $\frac{908}{\pi \times r^2}$

La hauteur correspondante est:

$\frac{908}{\pi \times 5{,}24^2} \approx 10{,}5$cm

Partie C:

La masse d'une boîte est de 0,88kg.

Le diamètre d'une boîte est de 9,9cm correspond à la place prise en longueur et largeur par la boîte.

La hauteur d'une boîte est de 11,8cm.

On considérera que les boîtes sont serrées les unes contres les autres, et qu'il n'y a pas d'espace entre les boîtes et le carton (vide inutile).

Carton n°1:

Longueur: 5×9,9

Largeur: 5×9,9

Hauteur: 1×11,8

Total: 110,8cm.

Ce carton est refusé.

Carton n°2:

Longueur: 4×9,9

Largeur: 2×9,9

Hauteur: 3×11,8
Total: 94,8cm.

Masse du carton (sans la masse de carton):
Nombre de boîtes: 4×2×3 = 24
Masse du carton: 24×0,88 = 21,12kg

Ce carton respecte les conditions du transporteur.

<u>Carton n°3:</u>
Longueur: 3×9,9
Largeur: 3×9,9
Hauteur: 3×11,8
Total: 94,8cm.

Masse du carton (sans la masse de carton):
Nombre de boîtes: 3×3×3 = 27
Masse du carton: 27×0,88 = 23,76kg

Ce carton est refusé.

Deuxième Partie:

Exercice n°1:

1) Le triangle ABC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore,

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

$BC^2 = 390^2 + 432^2$

$BC^2 = 338724$

$BC = \sqrt{338724}$

BC = 582cm = 5,82m

2.a) Les droites (DE) et (AC) sont perpendiculaires à (AB), elles sont donc parallèles.

D'après le théorème de Thalès,

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA} = \frac{ED}{CA}$$

$$\frac{BE}{582} = \frac{BD}{432} = \frac{180}{390}$$

$BD = \dfrac{432 \times 180}{390} \approx 199\text{cm}$

$AD = AB - BD = 432 - \dfrac{432 \times 180}{390} \approx 233\text{cm}$

2.b) Superficie carrez des combles aménagée:

$20 \times (2{,}33 \times 2) \approx 93\text{m}^2$

Exercice n°2:

1) Nombre de lots: 1+5+10+14+30+100 = 160

La probabilité de gagner un lot est: $\dfrac{160}{4000} = 0{,}04$

2) La probabilité de gagner une peluche est:

$$\frac{100}{4000} = \frac{1 \times 100}{40 \times 100} = \frac{1}{40}$$

$\dfrac{1}{40} \times 100 = 2{,}5\%$

3) Nombre de lots dont la valeur à l'unité dépasse 100€: 10+5+1 = 16

Probabilité de gagner un lot d'au moins 100€: 16/4000 = 0,004

4) On cherche la valeur moyenne d'un lot en ne considérant que les tickets gagnants:
$$\frac{1\times899+5\times250+10\times125+14\times59+30\times15+100\times0,50}{160} \approx 29,53€$$

5) Prix des lots: $1×899+5×250+10×125+14×59+30×15+100×0,50 = 4725$
Vente des tickets: $4000×2 = 8000€$
Recette: $8000 – 4725 = 3275€$

6) On recherche la probabilité d'obtenir un lot publicitaire. Pour cela, nous allons nommer des événements:
B: l'événement obtenir un lot publicitaire;
P: l'événement ne pas gagner un lot non publicitaire.

La probabilité qu'une personne ayant acheté un ticket gagne un lot publicitaire est:
$P(B \text{ et } P) = P_P(B)×P(P) = \frac{1}{3}\times\frac{4000-160}{4000} = 0,32$

Exercice n°3:
1) Programme A
Ligne 1: 10
Ligne 2: a = 10
Ligne 3: b = 10 – 4 = 6
Ligne 4: c = 6 × 6 = 36
Ligne 5: d = 36 – 16 = 20
Ligne 6: 20

Ce programme A permet bien d'obtenir 20 avec la valeur 10 au départ.

2) Programme B
- 5,2
- 5,2 – 4 = 1,2
- 1,2×(2×5,2) = 12,48

3) On choisit d comme nombre de départ aux deux programmes.
Programme A

Ligne 1: d
Ligne 2: $a = d$
Ligne 3: $b = d - 4$
Ligne 4: $c = (d-4)\times(d-4)$
Ligne 5: $d = (d-4)\times(d-4) - 16$
Ligne 6: $(d-4)\times(d-4) - 16$

Programme B

- d
- $d - 4$
- $(d-4)\times 2\times d$

Le but cherché est d'obtenir le même résultat, il faut donc résoudre l'équation suivante:
$(d-4)\times(d-4) - 16 = (d-4)\times 2\times d$
$(d-4)^2 - 16 = 2d(d-4)$
$d^2 - 8d + 16 - 16 = 2d^2 - 8d$
$-d^2 = 0$
$d = 0$

En choisissant 0 comme nombre de départ, les programmes A et B donnent le même résultat.

<u>Autre solution:</u> On choisit 0 comme nombre de départ et on trouve 0 pour les deux programmes. Cette méthode marche mais il faut chercher au brouillon le nombre 0...

4) Avec la question précédente, pour le programme A, si on choisit d comme nombre de départ, on trouve comme résultat: $(d-4)^2 - 16$.
Comme on souhaite 0 comme résultat, on résout l'équation:
$(d-4)^2 - 16 = 0$
$(d-4)^2 - 4^2 = 0$
$(d-4-4)(d-4+4) = 0$
$(d-16)d =$
Comme un produit est nul si l'un des facteurs est nul,
$d - 16 = 0$ ou $d = 0$
$d = 16$ ou $d = 0$
Pour obtenir 0 avec le programme A, il faut choisir au départ le nombre 0 ou 4. (seule la résolution de l'équation permet d'affirmer qu'il y a deux solutions et pas plus)

Troisième Partie:

Situation n°1:

1)

Réponse a: l'élève a compris qu'il fallait décaler la virgule mais il s'est trompé de sens.

Réponse b: l'élève a compris qu'on ajoute un zéro au nombre entier. Il n'a pas assimilé avec les nombres décimaux.

Réponse c: l'élève a compris qu'il faut ajouter un zéro mais rien de plus. Il n'a pas compris aussi la notion de zéros inutiles.

Réponse d: l'élève a compris sur cette exemple.

2.a) Elève 1: si on ajoute un zéro à droite du nombre, on se trompe comme la réponse c de la question précédente.

Elève 2: On tient compte de la position de la virgule et non des de la valeur des chiffres.

2.b) Pour multiplier par 10, on multiplie chaque chiffre par 10, c'est-à-dire, le chiffre des dizaines devient centaine, le chiffre des dixièmes devient unité, ...

3) Utilité de l'outil pour comprendre son erreur.

Réponse a) En multipliant par 10, le nombre devient plus grand: chaque chiffre est multiplié par 10. L'aspect visuel permet de bien comprendre le sens de décalage.

Réponse b) l'élève a mis un zéro à la fin de la partie entière. Avec la méthode de l'outil, il ne peut pas afficher cette réponse.

Réponse c) L'élève a mis un zéro inutile, l'outil n'affiche pas cette réponse.

Situation n°2:

1) Elève A:

Il ne comprend pas l'énoncé. Il prend tous les nombres et les additionne.

Il s'est faire une addition avec des nombres décimaux.

Elève B:

Il a compris le problème et il sait le résoudre. Il maîtrise l'addition avec les nombres décimaux mais pas la soustraction.

Elève C:
Il a compris le problème, il sait le résoudre et il maîtrise l'addition et la soustraction avec des nombres décimaux.

Elève D:
Il a compris le problème. Toutefois, il a omis le fait qu'il ait deux viennoiseries. Le nombre deux est écrit en lettres en non chiffre. Il a repéré uniquement les nombres écrit en chiffres dans l'énoncé.
Il sait faire un addition avec des nombres décimaux. Pour la soustraction, il l'a fait mentalement et il se trompe. On ne sait pas s'il sait la poser avec des nombres décimaux plus complexe comme dans la solution attendue.

2) Activité 1 sans matériel pour aider l'élève A:
L'élève dessine sur son cahier l'énoncé: à savoir un pain avec une étiquette de prix et deux viennoiseries avec une étiquette.

Activité 1 avec matériel pour aider l'élève A:
On invente un autre exercice et on utilise le matériel de sa trousse. Une paire de ciseaux à 2,35€ et deux stylos à 1,15€ l'un. L'élève colle des étiquettes de prix.

3) L'enseignant pour l'élève B peut lui proposer de poser l'addition: 6,65+4,65. Il pourra ainsi repérer son erreur de retenue.

4) Dans cet énoncé, l'enseignant réduit la difficulté. Etant donné qu'il y a moins de nombres et qu'un seul pain acheté, l'enseignant ne pourra pas voir la difficulté de réaliser la somme des produits achetés.

Situation n°3:
1) L'intérêt est de faire travailler les élèves sur les notions de position: sur , sous, entre, devant, derrière.
La limite de l'exercice repose sur l'ambiguïté. Par exemple, sur le cube, l'image 8 ne fonctionne pas, ce n'est pas un cube. Pourtant, l'objectif est porté sur la notion de position.

2) Affirmation E:
réponse 2: juste
réponse 6: faux. Cet erreur est due à une mauvaise compréhension des notions sur et sous. Ici, l'élève a repérer le pont.

Affirmation C:
Les élèves ont bien compris la notion de sur. Toutefois, la difficulté de comprendre ce qui est un cube est mise entre parenthèse.

3) On peut conclure que les élève ont bien repéré la seule description avec une princesse. La notion de derrière n'a pas pu être évaluée.

4) L'élève s'est mis à la position du koala. En manipulant avec les objets, l'élève pourra mieux comprendre et devra positionner le koala par rapport à sa vision.

Cette correction est disponible pour tout futur stagiaire professeur souhaitant passer le concours de professeur des écoles (instituteur). Je suis professeur de mathématiques au collège Léonard de Vinci à Saint Romain-le-Puy et j'ai préparé cette correction pour me familiariser à l'épreuve de maths du concours de professeurs des écoles (CRPE).
Si un jour vous êtes enseignant en cycle 4 (CM1 – CM2), **je vous serai reconnaissant d'utiliser mon logiciel LéoMaths**: exercices de mathématiques en ligne avec auto-correction et vidéo d'aide, le tout avec un suivi personnalisé de chaque élève de votre classe.
Frédéric RIVAL